

Comprenez TOUT aux dérivées !

Louis Explique - Exercices

Pour une compréhension en profondeur des concepts clés des dérivées, il est recommandé de suivre le **cours complet sur les dérivées de 'Louis Explique' en vidéo !**

Rendez-vous sur le site louisexplique.com pour vous le procurer !



- Les exercices de ce formulaire ont été conçus pour accompagner les étudiants qui suivent le cours « Comprenez TOUT aux dérivées », accessible sur le site '[Louis Explique](http://louisexplique.com)'.
- Les solutions des exercices sont disponibles en fin de document.
- N'hésitez pas à utiliser le logiciel GeoGebra pour vérifier vos réponses visuellement !

Bon travail !

Toute reproduction, en tout ou en partie, sous quelque forme que ce soit, est interdite sans l'autorisation préalable de l'auteur.

Comprenez TOUT aux dérivées

Louis Explique – Suivez mon cours complet sur le site louisexplique.com pour TOUT comprendre aux dérivées !

Prérequis - Rappel des notions de base de l'analyse

Les fonctions usuelles

1. Associez chaque fonction à son graphe.

a. $f(x) = 3x + 2$

b. $f(x) = x^2$

c. $f(x) = 2^x$

d. $f(x) = \cos(x)$

e. $f(x) = |x|$

f. $f(x) = \arcsin(x)$

g. $f(x) = x^3$

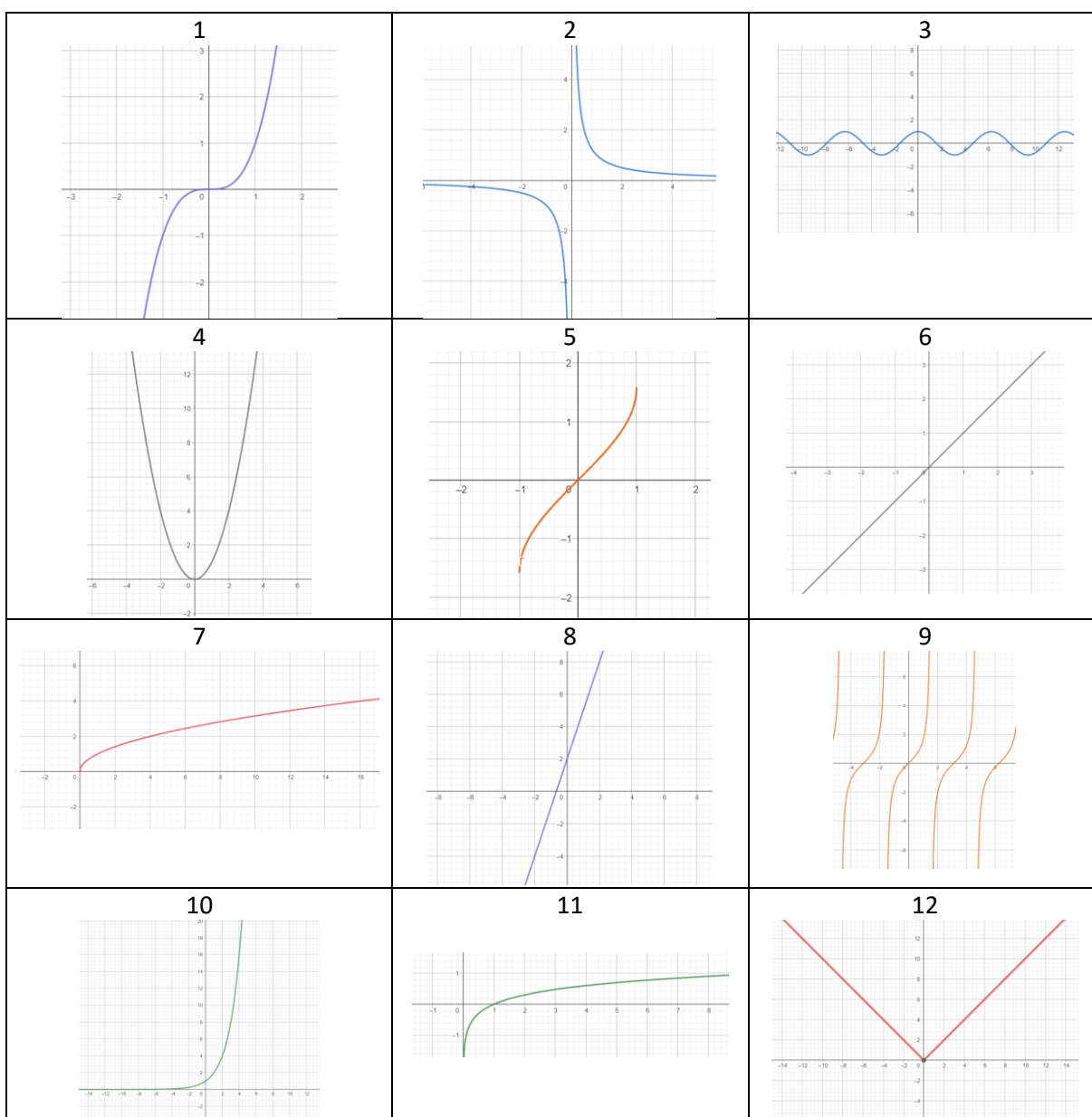
h. $f(x) = x$

i. $f(x) = \log_{10}(x)$

j. $f(x) = \frac{1}{x}$

k. $f(x) = \sqrt{x}$

l. $f(x) = \tan(x)$



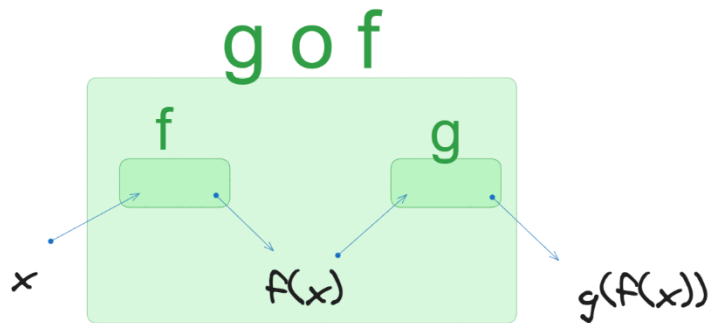
Comprenez TOUT aux dérivées

Louis Explique – Suivez mon cours complet sur le site louisexplique.com pour TOUT comprendre aux dérivées !

Fonctions composées

2. Les fonctions ci-dessous sont des fonctions composées ;
Pour chacune de ces fonctions, identifiez la fonction f et la fonction g .
Conseil : N'hésitez pas à vous aider du dessin ci-dessous !

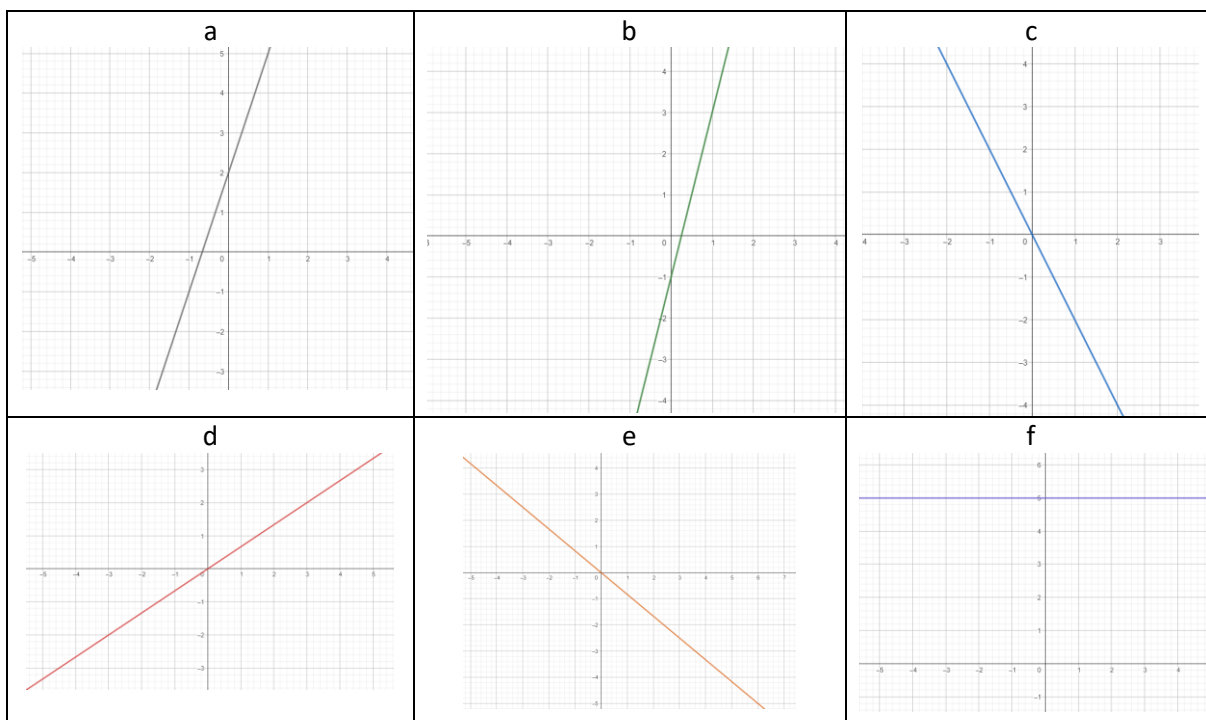
- a. $g(f(x)) = \sin(2x)$
- b. $g(f(x)) = \frac{1}{25^x}$
- c. $g(f(x)) = 6^{\log(x)}$
- d. $g(f(x)) = \sqrt{\tan(x)}$
- e. $g(f(x)) = (3x - 7)^3$
- f. $g(f(x)) = \log(x^2)$
- g. $g(f(x)) = \arccos(|x|)$
- h. $g(f(x)) = \sqrt{\sqrt{x}}$
- i. $g(f(x)) = \sin(\cos(x))$



Notion de base des dérivées

La notion de pente

3. Pour les fonctions affines ci-dessous, déterminez graphiquement leur pente avec les méthodes vues en vidéo.

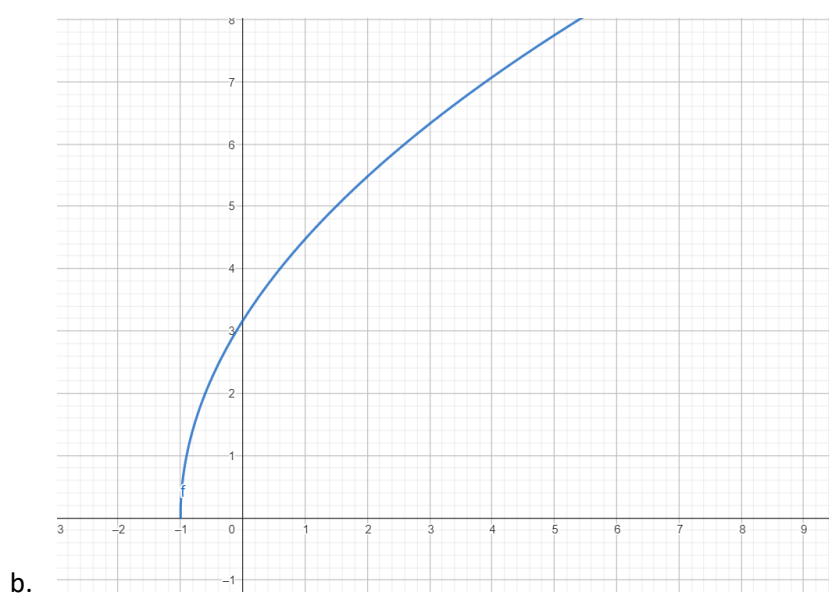
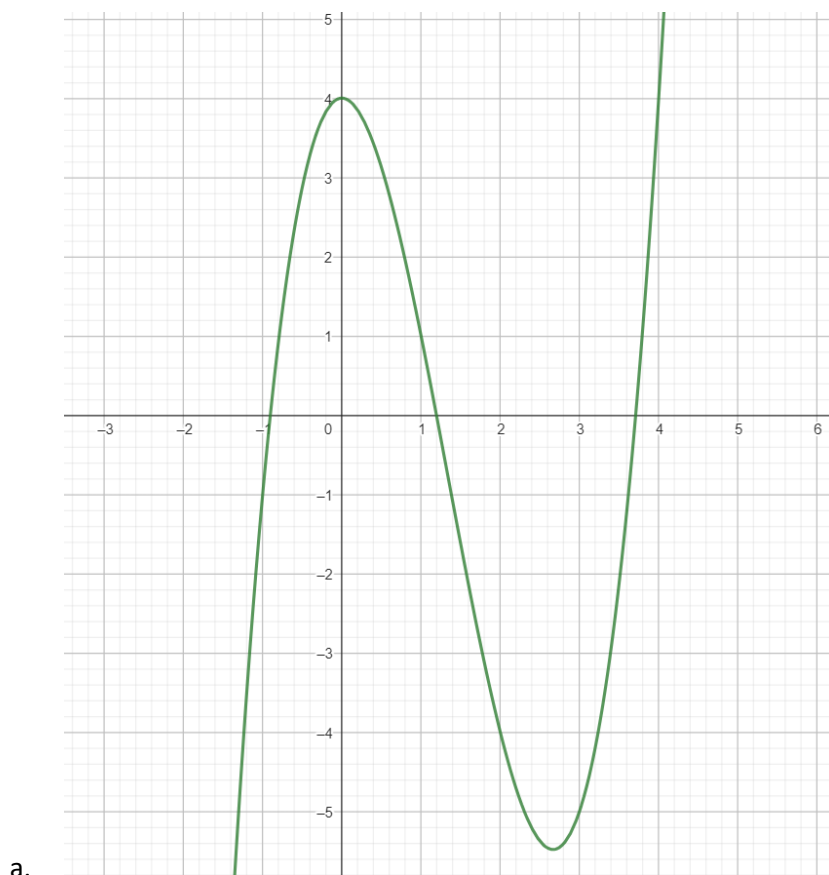


Comprenez TOUT aux dérivées

Louis Explique – Suivez mon cours complet sur le site louisexplique.com pour TOUT comprendre aux dérivées !

La notion de tangente

4. Pour les fonctions quelconques ci-dessous, tracez les tangentes aux points $x=-1$, $x=0$ et $x=2$



Comprenez TOUT aux dérivées

Louis Explique – Suivez mon cours complet sur le site louisexplique.com pour TOUT comprendre aux dérivées !

Comprenez TOUT aux dérivées

Louis Explique – Suivez mon cours complet sur le site louisexplique.com pour TOUT comprendre aux dérivées !

Dérivées de fonction usuelles

Exercice de mémorisation

5. Reliez chaque fonction à sa dérivée première

$f(x) = x^3$	☐	☐	$f'(x) = -\sin(x)$
$f(x) = ax + b$	☐	☐	$f'(x) = a^x \cdot \ln(a)$
$f(x) = x^n$	☐	☐	$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$
$f(x) = \frac{1}{x}$	☐	☐	$f'(x) = a$
$f(x) = \sqrt{x}$	☐	☐	$f'(x) = \frac{-1}{x^2}$
$f(x) = a^x$	☐	☐	$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$f(x) = \log_a(x)$	☐	☐	$f'(x) = \frac{1}{(1+x^2)}$
$f(x) = \sin(x)$	☐	☐	$f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln(a)}$
$f(x) = \cos(x)$	☐	☐	$f'(x) = 2x$
$f(x) = \tan(x)$	☐	☐	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$f(x) = \arcsin(x)$	☐	☐	$f'(x) = \cos(x)$
$f(x) = \arccos(x)$	☐	☐	$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$f(x) = \arctan(x)$	☐	☐	$f'(x) = 1 + \tan^2(x)$

6. En exercice, essayer de redémontrer (comme dans les vidéos) les formules de dérivées des fonctions usuelles suivantes :

- a. $f(x) = ax + b$
- b. $f(x) = x^2$
- c. $f(x) = 2^x$
- d. $f(x) = x^3$
- e. $f(x) = \frac{1}{x}$
- f. $f(x) = \sqrt{x}$

Rappel : Pour la plupart des démonstration, il faut repartir de la formule ci-dessous !

Comprenez TOUT aux dérivées

Louis Explique – Suivez mon cours complet sur le site louisexplique.com pour TOUT comprendre aux dérivées !

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Dérivées de fonction quelconque

Dérivée d'une fonction multipliée par une constante

7. Calculez les dérivées des fonctions suivantes :

- a. $f(x) = 5x^3$
- b. $f(x) = 67x$
- c. $f(x) = 78\log_{10}(x)$
- d. $f(x) = \frac{-4}{x}$
- e. $f(x) = -\sqrt{x}$

Dérivée d'une somme

8. Calculez les dérivées des fonctions suivantes :

- a. $f(x) = x^4 + \sin(x)$
- b. $f(x) = x + x^2$
- c. $f(x) = \log_{10}(x) - \frac{1}{x}$
- d. $f(x) = \tan(x) + 1$
- e. $f(x) = \sqrt{x} + e^x + x + x^2$

Dérivée d'un produit

9. Calculez les dérivées des fonctions suivantes :

- a. $f(x) = x^7 \cdot \cos(x)$
- b. $f(x) = (2x + 3) \cdot \sin(x)$

Comprenez TOUT aux dérivées

Louis Explique – Suivez mon cours complet sur le site louisexplique.com pour TOUT comprendre aux dérivées !

- c. $f(x) = \log_{10}(x) \cdot \frac{1}{x}$
- d. $f(x) = \arctan(x) \cdot x$
- e. $f(x) = 2^x \cdot \sqrt{x}$

Dérivée d'un quotient

10. Calculez les dérivées des fonctions suivantes :

a. $f(x) = \frac{x^9}{(8x+1000)}$

b. $f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$

c. $f(x) = \frac{\log_e(x)}{\cos(x)}$

d. $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2}$

e. $f(x) = \frac{\frac{1}{x}}{\sqrt[3]{x}}$

Dérivée d'une fonction composée

11. Calculez les dérivées des fonctions suivantes :

a. $g(f(x)) = \sin(2x)$

b. $g(f(x)) = \frac{1}{25^x}$

c. $g(f(x)) = 6^{\ln(x)}$

d. $g(f(x)) = \sqrt{\tan(x)}$

e. $g(f(x)) = (3x - 7)^3$

Comprenez TOUT aux dérivées

Louis Explique – Suivez mon cours complet sur le site louisexplique.com pour TOUT comprendre aux dérivées !

Mélange d'opérations !

12. Calculez les dérivées des fonctions suivantes :

Conseil : Procédez étape par étape...

a. $f(x) = 6^{\log(x)} + 7 \frac{\sin(x)}{x}$

b. $f(x) = \frac{\sqrt{x}+x}{\arcsin(2x)}$

c. $f(x) = -\sin(x^7 \cdot \cos(x))$

d. $f(x) = \frac{\log_{10}(x) - \frac{1}{x}}{x}$

e. $f(x) = \sin(\cos(\sin(x)))$

Dérivées secondes et dérivées partielles

Calcul de dérivées secondes

13. Calculez les dérivées premières ET secondes des fonctions suivantes :

a. $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3$

b. $f(x) = x$

c. $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$

Calcul de dérivées partielles

14. Calculez TOUTES les dérivées partielles des fonctions suivantes :

a. $f(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2 + 3x_1 - 7x_2^2$

b. $f(x_1, x_2) = \log(x_2) + \sin(x_1) + x_1$

c. $f(x_1, x_2, x_3) = \sqrt{(x_1 \cdot x_2)} + x_3^3$

Études de fonctions

Recherche de maximums, minimums et points d'inflexion

15. Pour les 3 fonctions de l'exercice 13, en utilisant vos résultats, trouvez les « x » pour lesquels la dérivée première de la fonction s'annule. Ce sont les candidats qui sont susceptibles d'être des extremums !
16. Pour chaque candidat trouvé, déterminez ensuite s'il s'agit d'un maximum, d'un minimum ou d'un point d'inflexion en observant le signe de la dérivée seconde (déjà calculée à l'exercice 13).

Solutions des exercices

En cas de réponses différentes avec le corrigé, vérifiez votre solution sur Géogebra ! Il se peut que les deux solutions soient équivalentes, mais exprimées différemment 😊

1.

- a. 1
- b. 4
- c. 10
- d. 3
- e. 12
- f. 5
- g. 1
- h. 6
- i. 11
- j. 2
- k. 7
- l. 9

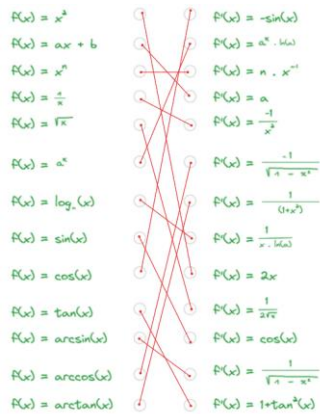
2.

- a. $f(x) = 2x$ et $g(x) = \sin(x)$
- b. $f(x) = 25^x$ et $g(x) = \frac{1}{x}$
- c. $f(x) = \log(x)$ et $g(x) = 6^x$
- d. $f(x) = \tan(x)$ et $g(x) = \sqrt{x}$
- e. $f(x) = 3x - 7$ et $g(x) = x^3$
- f. $f(x) = x^2$ et $g(x) = \log(x)$
- g. $f(x) = |x|$ et $g(x) = \arccos(x)$
- h. $f(x) = \sqrt{x}$ et $g(x) = \sqrt{x}$
- i. $f(x) = \cos(x)$ et $g(x) = \sin(x)$

3.

- a. 3
- b. 4
- c. -2
- d. $\frac{2}{3}$
- e. $-\frac{5}{6}$
- f. 0

4. /



5.

6. Voir les vidéos théorique du cours (Session 'dérivées de fonctions usuelles')

7.

a. $f'(x) = 15x^2$

b. $f'(x) = 67$

c. $f'(x) = \frac{78}{x \cdot \ln(10)}$

d. $f'(x) = \frac{4}{x^2}$

e. $f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x}}$

8.

a. $f'(x) = 4x^3 + \cos(x)$

b. $f'(x) = 1 + 2x$

c. $f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln(10)} + \frac{1}{x^2}$

d. $f'(x) = \tan^2(x) + 1$

e. $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + e^x + 1 + 2x$

9.

a. $f'(x) = 7x^6 \cos(x) - x^7 \sin(x)$

b. $f'(x) = 3 \cos(x) + 2 \sin(x) + 2x \cos(x)$

c. $f'(x) = \frac{-\ln(x)+1}{x^2 \cdot \ln(10)}$

Comprenez TOUT aux dérivées

Louis Explique – Suivez mon cours complet sur le site louisexplique.com pour TOUT comprendre aux dérivées !

$$d. f'(x) = \frac{\arctan(x) + x^2 \cdot \arctan(x) + x}{x^2 + 1}$$

$$e. f'(x) = \frac{2^{x+1} \cdot x \cdot \ln(2) + 2^x}{2 \cdot \sqrt{x}}$$

10.

$$a. f'(x) = \frac{8x^9 + 1125x^8}{8x^2 + 2000x + 125000}$$

$$b. f'(x) = \frac{-\sin(x) + x \cos(x)}{x^2}$$

$$c. f'(x) = \frac{\cos(x) + x \ln(x) \sin(x)}{x \cdot \cos^2(x)}$$

$$d. f'(x) = \frac{-3}{2x^2 \sqrt{x}}$$

$$e. f'(x) = \frac{-4}{3x^2 \cdot \sqrt[3]{x}}$$

11.

$$a. f'(x) = 2 \cos(2x)$$

$$b. f'(x) = \frac{-\ln(25)}{25^x}$$

$$c. f'(x) = \frac{6^{\ln(x)} \cdot \ln(6)}{x}$$

$$d. f'(x) = \frac{\tan^2(x) + 1}{2 \sqrt{\tan(x)}}$$

$$e. f'(x) = 81x^2 - 378x + 441$$

12. Pour l'exercice : à vérifier sur Géogebra !

13.

$$a. f'(x) = 3x^2 - 8x \text{ et } f''(x) = 6x - 8$$

$$b. f'(x) = 1 \text{ et } f''(x) = 0$$

$$c. f'(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2} \text{ et } f''(x) = \frac{2}{x^3}$$

14.

a.

$$i. \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} = x_2 + 3$$

$$ii. \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} = x_1 - 7$$

b.

$$i. \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} = \cos(x_1) + 1$$

$$ii. \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} = \frac{1}{x_2 \cdot \ln(2)}$$

c.

$$i. \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} = \frac{\sqrt{x_2}}{2\sqrt{x_1}}$$

$$ii. \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} = \frac{\sqrt{x_1}}{2\sqrt{x_2}}$$

$$iii. \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_3} = 3x_3^2$$

Comprenez TOUT aux dérivées

Louis Explique – Suivez mon cours complet sur le site louisexplique.com pour TOUT comprendre aux dérivées !

15. À vérifier graphiquement sur Géogebra !

16. À vérifier graphiquement sur Géogebra !