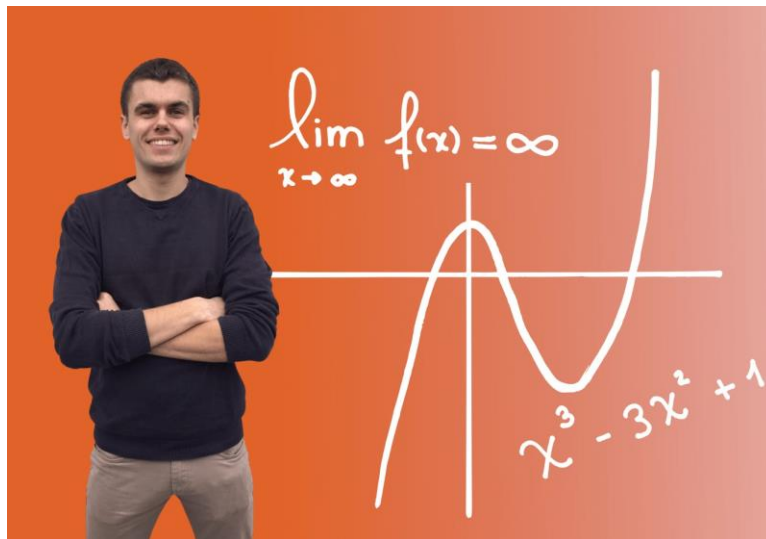


Maitrisez les bases de l'analyse

Exercices

Pour une compréhension en profondeur des concepts clés de l'analyse et des fonctions, il est recommandé de suivre le **cours complet d'analyse de 'Louis Explique' en vidéo !**

Rendez-vous sur le site louisexplique.com pour vous le procurer !



- Les exercices de ce formulaire ont été conçus pour accompagner les étudiants qui suivent le cours « Maitrisez les bases de l'analyse », accessible sur le site '[Louis Explique](https://louisexplique.com)'.
- Les solutions des exercices sont disponibles en fin de document.
- N'hésitez pas à utiliser le logiciel GeoGebra pour vérifier vos réponses visuellement !

Bon travail !

Toute reproduction, en tout ou en partie, sous quelque forme que ce soit, est interdite sans l'autorisation préalable de l'auteur.

Maitrisez les bases de l'analyse

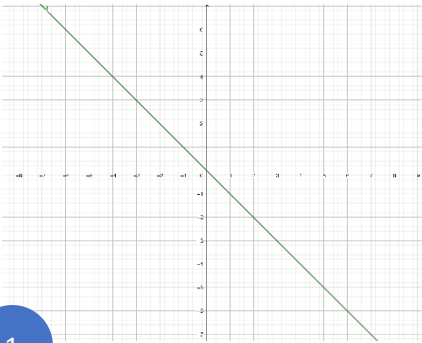
Louis Explique – Suivez mon cours complet sur le site louisexplique.com pour TOUT comprendre à l'analyse !

Introduction aux fonctions

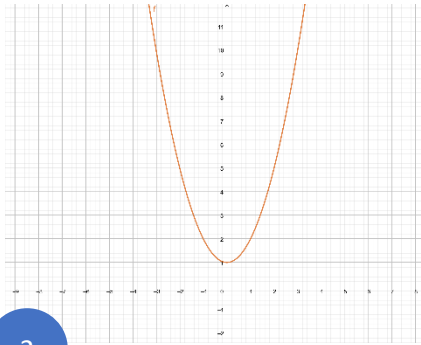
Représentation graphique d'une fonction

1. Associez chaque fonction à son graphe. (Indice : Pour chacune des fonction, représentez les points correspondant à $f(-1)$, $f(0)$ et $f(1)$ et reliez-les ! Cela permet d'approximer la représentation graphique de la fonction.

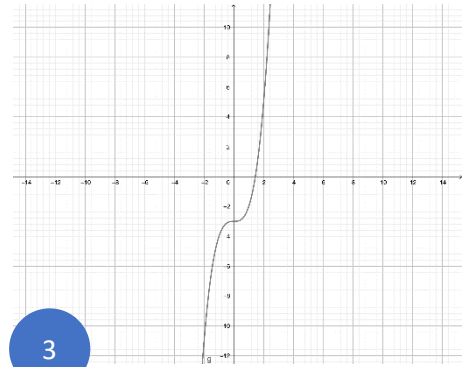
- a. $f(x) = 3x + 2$
- b. $f(x) = -x$
- c. $f(x) = x^2 + 1$
- d. $f(x) = x^3 - 3$
- e. $f(x) = 5$



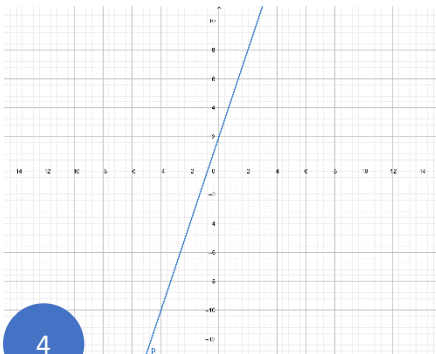
1



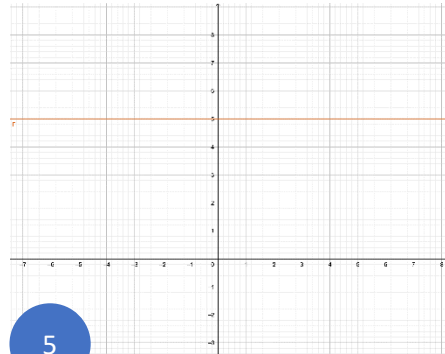
2



3



4



5

Image et antécédents

2. Déterminez l'image de 2 pour les fonctions suivantes. (Autrement dit, calculez la valeur que renvoie la fonction lorsque $x=2$)
- a. $f(x) = 2x^2 - 5$
 - b. $f(x) = \frac{1}{x^3} + 4$
 - c. $f(x) = x^2 - x + \frac{1}{x}$
3. Déterminez le(s) antécédent(s) de 9 pour les fonctions suivantes. (Autrement dit, calculez les x qui sont tels que la fonction renvoie 9)
- a. $f(x) = 2x - 5$
 - b. $f(x) = x^2$
 - c. $f(x) = \frac{1}{x}$

Racines

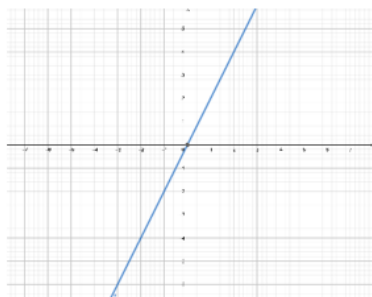
4. Calculez les racines des fonctions suivantes. (Autrement dit, calculez les x qui sont tels que la fonction renvoie 0)
- a. $f(x) = 1 + x$
 - b. $f(x) = 3x + 7$
 - c. $f(x) = x^3$
 - d. $f(x) = x^2 - 2x - 8$ -> Résolution d'équation du deuxième degré.

Ordonnée à l'origine

5. Calculez l'ordonnée à l'origine des fonctions suivantes. (Autrement dit, calculez la valeur que renvoie la fonction lorsque $x=0$)
- a. $f(x) = 7$
 - b. $f(x) = 5 + 2x$
 - c. $f(x) = x^2 + 2x - 7$
 - d. $f(x) = \frac{1}{x}$
 - e. $f(x) = \sqrt{x + 9}$

Fonction croissante et décroissante

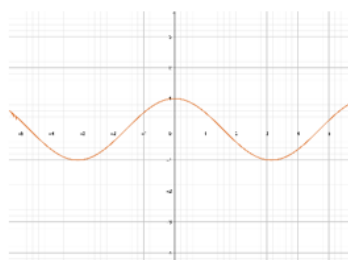
6. Après observation des fonctions ci-dessous, remplissez le tableau.



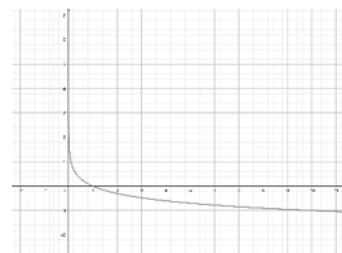
$$f(x) = 2x$$



$$f(x) = x^3$$



$$f(x) = \cos(x)$$

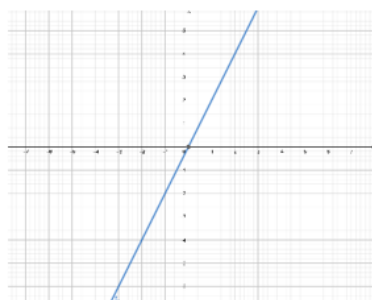


$$f(x) = -\log(x)$$

	Strictement croissante	Croissante mais pas strictement	Strictement décroissante	Décroissante mais pas strictement	Croissante et décroissante (strictement ou pas)
$f(x) = 2x$					
$f(x) = x^3$					
$f(x) = \cos(x)$					
$f(x) = -\log(x)$					

Parité

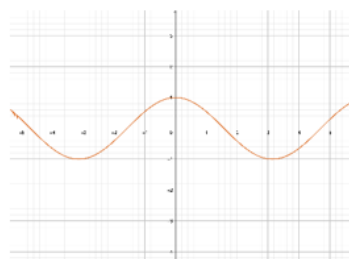
7. Après observation des fonctions ci-dessous, remplissez le tableau.



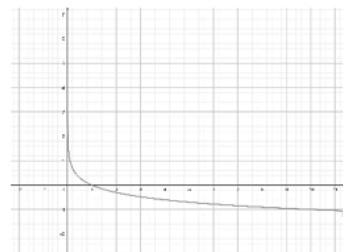
$$f(x) = 2x$$



$$f(x) = x^3$$



$$f(x) = \cos(x)$$



$$f(x) = -\log(x)$$

	Paire	Impaire	Ni paire ni impaire
$f(x) = 2x$			
$f(x) = x^3$			
$f(x) = \cos(x)$			
$f(x) = -\log(x)$			

Fonctions composées et réciproques

Fonctions composées

8. Les fonctions ci-dessous sont des fonctions composées de la forme $(g \circ f)(x)$. Elles peuvent aussi se noter $g(f(x))$.

Pour chacune de ces fonctions, identifiez la fonction f et la fonction g .

- a. $g(f(x)) = \sin(x^2)$
- b. $g(f(x)) = \frac{1}{2x+3}$
- c. $g(f(x)) = e^{\log(x)}$
- d. $g(f(x)) = \sqrt{\cos(x)}$
- e. $g(f(x)) = (-7x - 6)^3$

Fonctions réciproques

9. Calculez les fonctions réciproques des fonctions suivantes. (Indice : remplacez les « x » par « y » et le « y » par « x » dans la formule algébrique qui décrit la fonction, puis isolez « y » !)

- a. $y = 3x + 4$
- b. $y = -5x + 10$
- c. $y = x^3$
- d. $y = e^x + 3$
- e. $y = \log(3x + 4)$

Limites de fonctions

Calcul de limites de fonction en un réel

10. Calculez les limites de fonction ci-dessous. (Indice : remplacer les x de la fonction par le réel vers lequel tend la limite). Si la limite à gauche est différente de la limite à droite, indiquez-le.

- a. $\lim_{x \rightarrow 3} 3x + 7$
- b. $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 + x - \sqrt{x + 4}$
- c. $\lim_{x \rightarrow 0} 5x + \frac{4}{x}$
- d. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{8x+1}{x+2}$
- e. $\lim_{x \rightarrow 0} e^x$

Calcul de limite de fonction à l'infini

11. Calculez les limites de fonction ci-dessous. (Indice : Sur votre feuille de brouillon, remplacer les x de la fonction par un nombre très grand (par exemple 1 000 000 ou -1 000 000) et observez la valeur vers laquelle la fonction tend.)

- a. $\lim_{x \rightarrow \infty} 3x + 7$
- b. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 + x \cdot \sqrt{x + 4}$
- c. $\lim_{x \rightarrow \infty} 5x + \frac{4}{x}$
- d. $\lim_{x \rightarrow -\infty} 5x + \frac{4}{x}$
- e. $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x$
- f. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x$
- g. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{-4}$

Calcul de limite de fonction avec forme indéterminée

12. Calculez les limites de fonction ci-dessous en levant les indéterminations.

a. $\lim_{x \rightarrow \infty} 3x^3 - x^2 + x + 7$

b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^2 + x - 10000000$

c. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} + 990x - x^5$

d. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 10x^2}{6x^3 + 7}$

e. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x^2}{x^2 + 3x}$

f. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^6 + x}{x^5 + 3x^2}$

g. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3 + x^2 + 6}{x^4 - x^2}$

Études de fonctions

Études de fonction quelconques

13. Pour chacune des fonctions ci-dessous :

- Calculez le domaine de définition de la fonction ;
- Déterminez la parité de la fonction ;
- Calculez la(les) racine(s) de la fonction ;
- Calculez l'ordonnée à l'origine de la fonction ;
- Réalisez le tableau des signes de la fonction ;
- Trouvez les asymptotes de la fonction.

De plus, en utilisant GeoGebra :

- Déterminez l'ensemble image de la fonction ;
- Analysez la croissance de la fonction.

a. $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$

b. $g(x) = \frac{x^2 - 9x + 8}{x^2 + 4}$

c. $h(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3}$

d. $p(x) = e^{\frac{1}{x^2}}$

Solutions des exercices

1.

- a. 4
- b. 1
- c. 2
- d. 3
- e. 5

2.

- a. $f(2) = 3$
- b. $f(2) = \frac{33}{8}$
- c. $f(2) = \frac{5}{2}$

3.

- a. $x = 7$
- b. $x = -3$ et $x = 3$
- c. $x = \frac{1}{9}$

4.

- a. $x = -1$
- b. $x = -\frac{7}{3}$
- c. $x = 0$
- d. $x = -2$ et $x = 4$

5.

- a. $f(0) = 7$
- b. $f(0) = 5$
- c. $f(0) = -7$
- d. $f(0) = /$ (la fonction n'est pas définie en $x=0$)
- e. $f(0) = 3$

6.

	Strictement croissante	Croissante mais pas strictement	Strictement décroissante	Décroissante mais pas strictement	Croissante et décroissante (strictement ou pas)
$f(x) = 2x$	X				
$f(x) = x^3$		X			
$f(x) = \cos(x)$					X
$f(x) = -\log(x)$			X		

7.

	Paire	Impaire	Ni paire ni impaire
$f(x) = 2x$		X	
$f(x) = x^3$		X	
$f(x) = \cos(x)$	X		
$f(x) = -\log(x)$			X

8.

- a. $f(x) = x^2$ et $g(x) = \sin(x)$
- b. $f(x) = 2x + 3$ et $g(x) = \frac{1}{x}$
- c. $f(x) = \log(x)$ et $g(x) = e^x$
- d. $f(x) = \cos(x)$ et $g(x) = \sqrt{x}$
- e. $f(x) = -7x - 6$ et $g(x) = x^3$

9.

- a. $f(x) = \frac{x-4}{3}$
- b. $f(x) = -\frac{1}{5}x + 2$
- c. $f(x) = \sqrt[3]{x}$
- d. $f(x) = \ln(x - 3)$
- e. $f(x) = \frac{10^x - 4}{3}$

10.

- a. 16
- b. -2
- c. $+\infty$
- d. $-\infty$
- e. 1

11.

- a. $+\infty$
- b. $+\infty$
- c. $+\infty$
- d. $-\infty$
- e. $+\infty$
- f. 0
- g. $+\infty$

12.

- a. $+\infty$
- b. $-\infty$
- c. $-\infty$
- d. $\frac{1}{2}$
- e. 7
- f. $-\infty$
- g. 0

13.

a.

- i. Domf = $\mathbb{R}$
- ii. Ni paire ni impaire
- iii. Racines : $x=-3$ et $x=1$
- iv. O.O : $f(0)=-6$

x				-3				1			
$f(x)$	+	+	+	0	-	-	-	0	+	+	+

- v.
- vi. Pas d'asymptote horizontale et pas d'asymptote verticale
- vii. Imf = $[-8 ; +\infty[$
- viii. Croissante et décroissante

b.

- i. Domf = $\mathbb{R}$
- ii. Ni paire ni impaire
- iii. Racines : $x=1$ et $x=8$
- iv. O.O : $f(0)=2$

x				1				8			
$f(x)$	+	+	+	0	-	-	-	0	+	+	+

- v.
- vi. Asymptote horizontale $\equiv y=1$ et pas d'asymptote verticale
- vii. Imf = $[\approx -0,8 ; \approx 3,8]$
- viii. Croissante et décroissante

c.

- i. Domf = $\mathbb{R}_0$
- ii. Impaire
- iii. Racines : $x=-1$ et $x=1$
- iv. Pas d'ordonnée à l'origine

x				-1				0				1			
$f(x)$	-	-	-	0	+	/	-	0	+	+	+				

- v.
- vi. Asymptote horizontale $\equiv y=0$ et asymptote verticale $\equiv x=0$
- vii. Imf = $\mathbb{R}$
- viii. Croissante et décroissante

d.

- i. $\text{Dom}f = \mathbb{R}_0$
- ii. Paire
- iii. Pas de racine
- iv. Pas d'ordonnée à l'origine

x											0
$f(x)$	+	+	+	+	+	/	+	+	+	+	+

- v.
- vi. Asymptote horizontale $\equiv y=1$ et asymptote verticale $\equiv x=0$
- vii. $\text{Im}f = [1 ; +\infty[$
- viii. Croissante et décroissante