Examen Blanc Oct 26 Maths - SEXP 2025/2026	Limites Continuité Dérivation	Elite academy www.elites.ac

CONSIGNES

⇒ L'épreuve dure 3 heures à ne pas dépasser

⇒ Essayez de ne pas utiliser la calculatrice

⇒ Cet examen comporte 6 Exercices

⇒ Les exercices sont indépendants

⇒ Prenez votre temps et lisez bien l'énoncé avant de commencer à répondre aux questions

⇒ Optionnel : Utiliser des feuilles blanches pour répondre et l'application pour prendre des scans de vos réponses et le rendre en PDF

BONNE CHANCE

Exercice 1

Calculer les limites suivantes :

a. $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt{x}}{x+\sqrt[3]{x}-2}$; b. $\lim\limits_{x\to+\infty} x(\sqrt{x^2+1}-x\sqrt[3]{x^3+1})$; c. $\lim\limits_{x\to0}\frac{sin(\pi\sqrt{cosx})}{x}$; d. $\lim\limits_{x\to-1}\frac{sin\left(cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right)}{x+1}$

e. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt[4]{sinx}-\sqrt[3]{sinx}}{cos^2x}$

Exercice 2

1) Soit la fonction φ définie sur $\mathbb{R}$ par:

$$\varphi(x) = 2x^3 - 11x^2 + 20x - 14$$

a) Dresser le tableau de variation de φ .
b) Montrer que l'équation (E_1) : $\varphi(x) = 0$ admet une solution unique α sur $\mathbb{R}$ et Montrer que

$$\frac{5}{2} < \alpha < 3$$

c) Déduire le signe de f sur $\mathbb{R}$.

2) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{2\}$

$$f(x) = x^2 - 3x + \frac{2}{x-2}$$

a) Dresser le tableau de variation de f
b) Montrer que $f(\alpha) = \frac{\frac{1}{2}\alpha^2-4\alpha+9}{\alpha-2}$ et déduire que $f(\alpha) > 0$.
c) Montrer que l'équation (E_2) : $f(x) = 0$ admet une solution unique β sur $\mathbb{R} - \{2\}$ et que

$$-1 < \beta < 0$$

Exercice 3

1. Soit la fonction f définie sur $I =]-\infty; 1]$ par :

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2} & si\ \ x = 0 \\ \frac{-1+\sqrt{1-x}}{x} & si\ \ x \neq 0 \end{cases}$$

a) Montrer que f est continue sur I.
b) Étudier la dérivabilité de f sur I.
c) Montrer que f admet une fonction réciproque de I vers J à déterminer
d) Calculer $f^{-1}(x)$ pour tout x de J.

2. Montrer que l'équation (E) : $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$ admet une solution unique α sur $]0; 1[$

Exercice 4

Soit f une fonction continue sur $[1\,;2]$ et que $f([1\,;2]) \subset [3\,;4]$

1. Montrer que l'équation (E) : $\frac{f(x)}{x} = 2$ admet au moins une solution sur $]\mathbf{1};\mathbf{2}]$
2. On suppose que f est dérivable sur $]\mathbf{1};\mathbf{2}[$ et que $\forall x \in]\mathbf{1};\mathbf{2}[\ : \boldsymbol{f'(x) > 2}$
   Montrer que La solution de l'équation (E) est unique.

Exercice 5

Soit f et $\boldsymbol{g}$ deux fonctions numériques définies par :

$$f(x) = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{x} - \mathbf{1}}\ \boldsymbol{et}\ \boldsymbol{g}(x) = \sqrt{\boldsymbol{x} + \mathbf{1}}$$

1. Etudier la continuité de $f o \boldsymbol{g}$ en 0.
2. Montrer que $\boldsymbol{g} o f$ n'est pas continue en 0.
3. Vérifier que f et $\boldsymbol{g}$ sont continues en 0, Conclure.

Exercice 6

Soit la fonction f définie $\boldsymbol{I} = \left]-\infty; -\frac{1}{6}\right]$ par :

$$f(x) = \boldsymbol{x}^3 + \sqrt{\boldsymbol{x}^2 + \mathbf{1}} - \mathbf{2}$$

Le tableau de signe de f'(x) sur I est représenté par :

x	$-\infty$		$\boldsymbol{\lambda}$		$-\frac{1}{6}$
f'(x)		+	0	-	

Sachant que $f(\boldsymbol{\lambda}) < \mathbf{0}$, **Est ce que l'équation f(x) = 0 admet une solution sur I.**
Si oui, combien de solutions ?

FIN