

**Devoir Blanc 1**  
**Maths**  
**2024/2025**

**Limites, Continuité**  
**et Dérivation**  
**S.EXP**



## **CONSIGNES**

- ⇒ **L'épreuve dure 1heure 30minutes à ne pas dépasser**
- ⇒ **Essayez de ne pas utiliser la calculatrice**
- ⇒ **Cet examen comporte 4 Exercices**
- ⇒ **Les exercices sont indépendants**
- ⇒ **Prenez votre temps et lisez bien l'énoncé avant de commencer à répondre aux questions**
- ⇒ **Optionnel : Utiliser des feuilles blanches pour répondre et l'application pour prendre des scans de vos réponses et le rendre en PDF**

**BONNE CHANCE**

### Exercice 1

1. Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}}{\tan x} ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x} - \sqrt[6]{x}} ; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{x + 15} - 2}{x - 1}$$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :

$$\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x} = \sqrt[6]{1-x^2}$$

3. On considère la fonction  $f$  définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2x - a}{x - 2} & \text{si } x > 2 \\ \frac{2x^2 + b - a}{x} & \text{si } x \leq 2 \end{cases}$$

Déterminer  $a$  et  $b$  pour que la fonction soit continue en 2.

### Exercice 2

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = x - 2\sqrt{x+1} + 1$

- (a) Déterminer le domaine de définition  $D_f$  et calculer les limites de  $f$  aux bornes de  $D_f$ .  
(b) Étudier la dérivabilité de la fonction à droite en  $x_0 = -1$  et donner une interprétation géométrique du résultat.  
(c) Montrer que

$$\forall x \in D_f \setminus \{-1\} : f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}(\sqrt{x+1}+1)}$$

puis établir le tableau de variations de la fonction  $f$ .

(d) Soit  $g$  la fonction définie par  $g(x) = x - 2\sqrt{x+1}$  définie sur l'intervalle  $I = [0; +\infty[$

1. Montrer que  $g$  admet une bijection  $g^{-1}$  définie sur l'intervalle  $J$  à déterminer.
2. Calculer  $g^{-1}([2; 4])$ .
3. Calculer  $g^{-1}(x)$  pour tout  $x \in J$

### Exercice 3

On considère la fonction numérique  $f$  définie sur  $\mathbb{R}_+$  telle que :

$$f(x) = x - \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x^2}$$

(a) Montrer que :

$$f(x) = x \left( 1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} \right)$$

(b) Calculer la limite :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

(c) Soient  $x$  et  $y$  de l'intervalle  $[1; +\infty[$  tels que  $x < y$ . Comparer  $f(x)$  et  $f(y)$ , puis en déduire la monotonie de  $f$  sur  $[1; +\infty[$ .

(d) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  sur l'intervalle  $[1; +\infty[$

(e) Déterminer un encadrement de  $\alpha$  d'amplitude 0,5.

### Exercice 4

Soit  $\varphi$  une fonction continue sur  $[0, 1]$  tel que :  $\varphi(0) = \varphi(1)$

Montrer que l'équation  $\varphi\left(x + \frac{1}{2}\right) = \varphi(x)$  admet au moins une solution dans l'intervalle  $\left[0, \frac{1}{2}\right]$



**Elite**<sup>78</sup>  
academy

[www.elites.ac](http://www.elites.ac)